

# La Conservación de Materiales Pétreos a través de la Geometría Fractal

20  
FORO  
ACADÉMICO

Manlio Favio Salinas Nolasco<sup>1</sup>  
Juan Méndez Vivar<sup>2</sup>

1. Responsable del Laboratorio de Físicoquímica, ENCRyM  
2. Investigador del Departamento de Química, UAM-I

## Resumen

La búsqueda de nuevos tratamientos de conservación de bienes culturales elaborados de piedra caliza y mármol, han estado sujetos a criterios de intervención basados en la reversibilidad de las operaciones, además de procesos no agresivos sobre la naturaleza original del objeto. Dentro de los diversos estudios de pasivación superficial con ácidos dicarboxílicos, la técnica SAXS (small angle x-ray scattering) ha proporcionado información relevante sobre la interpretación fisicoquímica de la asociación superficial entre el carbonato de calcio y la estructura molecular del ácido malónico. Es posible establecer principios de afinidad química a través del análisis geométrico bidimensional en términos de la dimensión fractal, obtenida experimentalmente por SAXS. En el presente trabajo se muestran los resultados preliminares en el estudio sobre la adsorción del ácido malónico en calcita, a través de los alcances teóricos y matemáticos de la dimensión fractal.

## Introducción

La conservación de bienes culturales elaborados de piedra caliza y mármol, afronta hoy en día el reto de mantener las cualidades formales y estructurales de tales objetos desde una perspectiva que lo ubica dentro de un sistema abierto y que, a su vez, representa la exposición de los factores ambientales a los que esta sujeto de manera continua. Fachadas, esculturas, molduras, estucos, morteros elaborados con base en carbonato de calcio sedimentario (piedra caliza) o metamórfico (mármol), tiene la característica de ser altamente soluble bajo los efectos de la lluvia ácida, fenómeno típico dentro y en las cercanías a los focos urbanos.

El primer acercamiento a intervenciones de conservación para los materiales calizos lo constituyen las capas de protección o recubrimiento que, partiendo de la intención empírica de protección directa, ha experimentado con todo tipo de materiales, desde aquellos de origen biológico (aceites, ceras, resinas, gomas, proteínas), hasta los de origen sintético (epóxicas, vinílicas, acrílicas). Estudios exhaustivos [1] han demostrado que una película aplicada sobre el sustrato mineral no solo debe ser permeable a la humedad, sino que debe mantener la morfología original de la piedra (porosidad, tamaño de grano, cristalinidad, rugosidad) para corresponderse con sus propiedades dinámicas naturales del entorno, así como sus cualidades formales de apreciación.

Bajo los criterios de acciones de intervención no agresivas, y en lo posible, reversibles, diversos trabajos han desarrollado nuevos compuestos [2] y técnicas de aplicación [3], con la finalidad de generar películas protectoras delgadas y porosas, que no modifiquen la distribución del tamaño de poro característico de cada material.

De acuerdo con las propiedades fisicoquímicas intrínsecas del carbonato de calcio mineral, el cual posee una gran afinidad con moléculas orgánicas, se ha propuesto el término de pasivación superficial, que implica un estado de protección intermedio entre una consolidación o recubrimiento con películas estables y el estado limpio del compuesto nativo. La pasivación sugiere la factibilidad de asociar superficialmente compuestos orgánicos afines al carbonato de calcio, en un conjunto termodinámico dado por el equilibrio químico de unas cuantas monocapas adsorbidas. Este fenómeno de adsorción preferencial por moléculas orgánicas es común en la naturaleza, y da origen a un gran número de compuestos biogénicos, en una comunión específica y estructuralmente estable, como lo representan los huesos, los caracoles, las conchas, los exoesqueletos, entre otros.

Con la premisa anterior y en trabajos previos [4,5], se ha demostrado la enorme afinidad del ácido malónico con el carbonato de calcio geológico, en cuya asociación superficial fisicoquímica genera equilibrios termodinámicos que disminuyen su solubilidad en medio ácido, además de mantener la morfología típica del sustrato. Lo anterior fue establecido a partir de mediciones

experimentales por la técnica SAXS (small angle x-ray scattering), la cual proporcionó información sobre la forma de las partículas, la distribución del tamaño de poros y la densidad electrónica de la superficie antes y después de la impregnación del carbonato de calcio con ácido malónico.

En términos de dilucidar la distribución del adsorbato sobre el mineral y determinar los mecanismos de adsorción que rigen dicha asociación, la dimensión fractal obtenida por SAXS, provee desde su definición geométrica, los elementos teóricos preliminares para establecer conclusiones sobre la efectividad del proceso, así como condiciones de impregnación que favorecen la conservación de cualquier bien cultural elaborado de carbonato de calcio.

## Antecedentes

La geometría fractal es una especialidad de las matemáticas cuyos alcances en la elaboración de modelos teóricos tiene la suficiente capacidad de representar más adecuadamente las entidades del mundo real que la geometría euclidiana, sobre todo cuando dichas entidades no están lisamente formadas, como es el caso de sustratos minerales.

El ámbito de los fractales implica propiedades fragmentadas de una unidad general: la esencia de la geometría fractal radica justamente en el reconocimiento de patrones por fracción y en la autosimilitud, es decir, la simetría a través de diferentes escalas. Un modelo teórico fractal representa aquellas estructuras geométricas que son igualmente complejas en sus detalles como en sus formas globales. Así, el objetivo de la geometría fractal es modelar dimensionalmente objetos naturales.

Las superficies minerales, con sus características morfológicas de porosidad y rugosidad, son objetos teóricos de la geometría fractal. Diver-

sos trabajos han establecido modelos de simulación que determinan bajo el concepto de la norma fractal la estructura típica y reconocible de las superficies minerales [6]. Un modelo de aproximación que permite apreciar la similitud fractal con un perfil monodimensional de una superficie mineral [7], lo representa la curva poligonal de Koch (Figura 1).

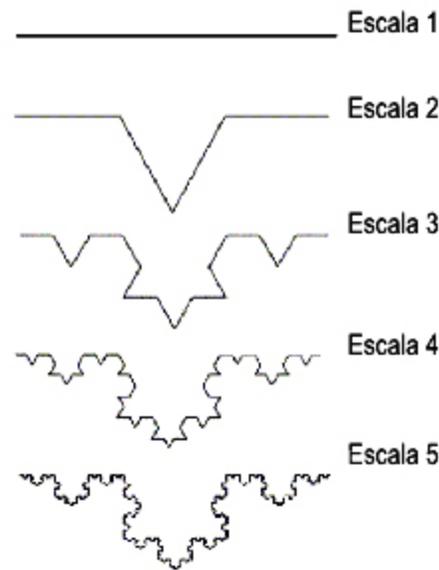


Figura 1. Curva poligonal de Koch que establece la propiedad de autosimilitud para perfiles de superficies fractales, en semejanza con superficies minerales.

En la curva poligonal de Koch se aprecia que a cada paso de cambio de escala, la longitud de la curva se incrementa proporcionalmente y en una razón específica. La equivalencia de este modelo con la observación de superficies minerales reales, permite establecer que la morfología y la

longitud percibida depende de la resolución del instrumento de medición: el tamaño de un objeto solo tiene sentido dentro de la escala en la cual se realiza el registro.

Por otro lado, el principio de autosimilitud representa la norma morfológica del reconocimiento fractal. Un fragmento de una entidad fractal no permite reconocer la escala por sí sola, debido a la semejanza y equivalencia entre sí.

Con los criterios de escalamiento y autosimilitud, es posible definir las relaciones que guardan con respecto a la dimensión fractal:

(1)

$$D = \frac{\log(n)}{\log(1/r)} = \frac{\log(n)}{\log(s)}$$

donde  $D$  es la dimensión fractal,  $n$  es el número de fragmentos o piezas autosimilares,  $r$  es la razón de autosimilitud y  $s$  es el factor de magnificación o escala. El cálculo de  $D$  para objetos geométricos lisos por la Ec. (1), implicaría la obtención de una magnitud entera, correspondiente con la respectiva dimensión euclidiana del tipo de objeto analizado (punto, línea, superficie o volumen). En la geometría fractal, la  $D$  siempre es fraccional y mayor a la euclidiana. Para el caso específico de superficies,  $2 < D < 3$ .

Como una extensión de la definición del modelo de superficie bajo la norma fractal, resulta interesante estudiar los problemas específicos de deposiciones de películas sobre sustratos. En la Figura 2 se observa la extensión de la curva poligonal de Koch en el caso de formación de películas adheridas al sustrato teórico.

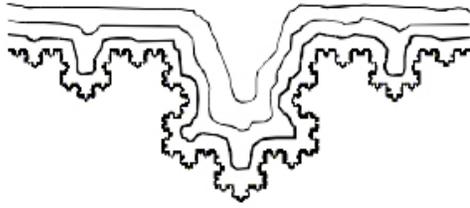


Figura 2. Esquema hipotético de la deposición superficial de capas de recubrimiento y la modificación subsecuente en la morfología sobre una curva poligonal de Koch.

El interés de desarrollar problemas de adsorción en superficies fractales, está basado en el hecho de que múltiples materiales porosos muestran un comportamiento escalado de cubrimiento como una función del tamaño de partícula del adsorbato [8]. La simetría fractal puede ser probada en estos procesos de adsorción sobre un intervalo de dimensiones dada por la precisión de la técnica analítica utilizada. Técnicas como la dispersión cuasielástica de neutrones (QENS) y la dispersión de rayos x a ángulos pequeños (SAXS), permiten la obtención de la dimensión fractal  $D$  experimentalmente [9].

Para el caso del SAXS, los fenómenos de dispersión en los cuales se basa esta técnica están definidos en términos de la ley de reciprocidad, que proporciona la relación inversa entre el tamaño de partícula y el ángulo de dispersión. El resultado del fenómeno de interacción es la curva de dispersión SAXS (figura 3), en cuya región intermedia limitada en la zona de Guinier y la zona de Porod, es posible determinar la  $D$  por la pendiente de la curva en dicha sección [10]. El intervalo de tamaños para la caracterización geométrica de la superficie está dado por los límites definidos entre  $1/\xi \ll q \ll 1/r_0$ .

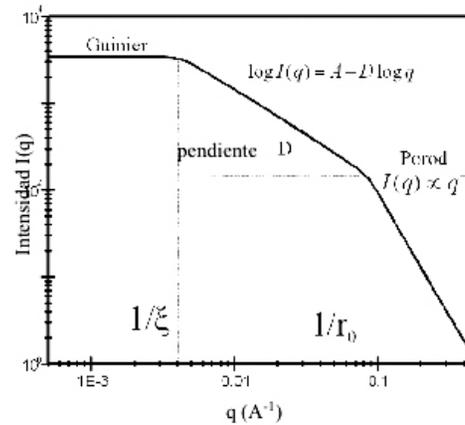


Figura 3. Curva de dispersión SAXS que muestra las zonas de Guinier y Porod como límites teóricos en la determinación de la dimensión fractal  $D$

El modelo para la determinación del número de partículas (moléculas de tamaño  $r$ ) que se requieren para cubrir una superficie, es una función de la ley de potencia de  $r$ :

[2]

$$N_m = c r^{-D}$$

donde  $N_m$  es el número mínimo de moléculas adsorbidas en la superficie (monocapa), y  $c$  es una constante de proporcionalidad.

Para regímenes de adsorción multicapa, el estudio teórico puede considerar que el sustrato actúa como una pequeña perturbación en las propiedades termodinámicas de la película. Con la consideración de que el espesor efectivo  $d$  de la película puede ser escalado linealmente a cortas

distancias de la superficie del sustrato, Pfeifer et al. [1987] proponen una relación la cual permite determinar el cubrimiento total  $N$  de las moléculas de adsorbato [11]:

donde:

$$[3] \quad N = k N_m \left( \frac{d}{r} \right)^{3-D}$$

$$[4] \quad k = \frac{2^{1-D} \Gamma(D+1) \Gamma(3/2)}{\Gamma(D-1/2)}$$

Para un análisis real de la configuración de la película sobre una superficie fractal, es necesario la consideración de factores de interacción y equilibrio químico; en esta contribución, la aplicación del modelo de Pfeifer et al. se aplica exclusivamente como herramienta teórica para establecer criterios comparativos de adsorción a diferentes condiciones experimentales.

Los valores de  $N$  y  $D$  se conocen, previamente determinados del análisis potenciométrico y por SAXS respectivamente [4] para el sistema ácido malónico-carbonato de calcio. Con lo anterior, la Ec. [3] puede expresarse de manera lineal:

[5]

$$\log(N) = \log(k N_m) + (3 - D) \log\left(\frac{d}{r}\right)$$

Tomando en consideración que  $[d/r] \approx \text{constante}$  para condiciones experimentales semejantes (igual concentración o pH), la Ec. [5] se puede redefinir como:

[6]

$$\log(N) = \xi_2 + (3-D)\xi_1$$

Las magnitudes  $\xi_1$  y  $\xi_2$  se obtienen de la regresión lineal de diversos valores de N y D a las mismas condiciones experimentales, siendo la pendiente y la ordenada en el origen de la línea definida por la Ec. (5), respectivamente. De esta manera, es posible obtener el número mínimo de moléculas adsorbidas  $N_m$  y la longitud específica  $d_\theta$ , el cual indica las veces en tamaño del espesor de la capa efectiva con respecto al tamaño de la partícula de adsorbato.

$$[7] \quad N_m = \frac{10^{\xi_2}}{k}$$

$$[8] \quad d_\theta = 10^{\xi_1}$$

En términos de cuantificar un cubrimiento efectivo de la superficie del carbonato de calcio con las moléculas de ácido malónico, se define  $f_\theta$  como la fracción de cubrimiento, cuyo valor  $f_\theta > 1$  indica una deposición mayor a la mínima (multicapas);  $f_\theta < 1$  indica un cubrimiento parcial.

$$[9] \quad f_\theta = \frac{N}{N_m}$$

Finalmente, vale la pena analizar el cambio en la dimensión fractal como parámetro que cuantifica a su vez el cambio en las dimensiones superficiales del sustrato debido a la adsorción.

Considerando que la partición geométrica  $n$  de la superficie definida en la Ec. (1), se mantiene constante durante la medición de las etapas anterior y posterior a la adsorción, la relación entre ambas dimensiones fractales queda expresada de la siguiente manera:

$$[10] \quad \frac{D_i}{D_f} = \frac{\log(s_f)}{\log(s_i)}$$

El factor de magnificación  $s$  se puede hacer corresponder con las dimensiones del área del carbonato de calcio  $A_c$  medidas por el método BET de adsorción de nitrógeno (2.7 m<sup>2</sup>/g) en su respectiva escala de precisión, y el área registrada a la escala de la técnica SAXS, antes de la adsorción [ $A^o$ ] y posterior a ella [ $A^a$ ].

$$[11] \quad s_i = \frac{A_c}{A^o}$$

$$[12] \quad s_f = \frac{A_c}{A^a}$$

Sustituyendo las expresiones (11) y (12) en la Ec. (10), y simplificando, se obtiene la relación entre las áreas medidas por SAXS para las condiciones experimentales de cuantificación:

donde:

$$[13] \quad A^a = \varphi A^o$$

$$[14] \quad \varphi = \left( A_c \right)^{1 - \frac{D_i}{D_f}}$$

Si  $\varphi = 1$ , el área superficial en ambos procesos se conserva; si  $\varphi > 1$ , el área adsorbida es mayor que el área sin adsorbato, y si  $\varphi < 1$ , el área adsorbida es menor que el área del adsorbente. Para un proceso de pasivación como se mencionó anteriormente, es de desear que el área superficial del mineral se conserve, es decir, como criterio que implica una permanencia general en la distribución de poros y morfología de la superficie.

## Metodología experimental

El polvo de mármol utilizado (carbonato de calcio policristalino) corresponde a la marca Conservator's Emporium (Reno, Nevada, USA). Se confirmó que el precipitado es altamente puro, a través de análisis de XRD y FTIR, presentan un área superficial de  $2.7 \pm 0.60$  m<sup>2</sup>/g, calculado por el método BET por adsorción de nitrógeno. Las impregnaciones se realizaron suspendiendo 5.0 g de carbonato de calcio (polvo de mármol) en 50 ml de solución acuosa del ácido malónico a tres concentraciones [ $5.0 \times 10^{-2}$ ,  $5.0 \times 10^{-3}$  y  $5.0 \times 10^{-4}$  M] y a tres condiciones de pH (6.00, 7.00 y 8.00), agitando a gran velocidad para homogeneizar la dispersión por 72 horas a temperatura ambiente (298 K). El sólido seco se sometió al análisis por la técnica SAXS, el cual se realizó en un tubo de Rayos X con ánodo de cobre y una cámara Kratky. La longitud de onda  $K\alpha$  se seleccionó mediante un filtro de níquel, que posee un contador proporcional de posición. Los datos se analizaron por medio del programa ITP92, con el que se realizaron los cálculos para obtener la dimensión fractal.

## Resultados

Los valores de las cantidades de ácido malónico adsorbido sobre el polvo de mármol a diferentes condiciones de impregnación (concentración y pH), y de las dimensiones fractales obtenidas por SAXS para cada caso, fueron obtenidas y reportadas en una contribución previa[4]. En la tabla 1 se muestran dichos valores, además de mostrar las relaciones en el incremento de áreas.

La correlación lineal entre las cantidades adsorbidas y las respectivas dimensiones fractales de acuerdo a la expresión (5) y (6), se observa en la figura 4 para las diferentes concentraciones, y en la figura 5 para las diferentes condiciones de pH. Estas correlaciones permitieron determinar los parámetros  $N_m$ ,  $d\theta$  y  $f\theta$ , definidos por las Ec. (7), (8) y (9), respectivamente, los cuales se muestran en la tabla 2 para la correlación por concentraciones, y en la tabla 3 para la correlación por condiciones de pH.

Tabla 1. Parámetros de adsorción superficial del ácido malónico sobre la calcita y dimensión fractal determinadas por SAXS[4]

Concentración	pH <sub>exp</sub>	N (μmol/m <sup>2</sup> ) <sup>a</sup>	D <sup>b</sup>	D <sub>f</sub> /D <sub>r</sub>	φ <sup>c</sup>
5_10 <sup>-2</sup> M	6.00	7.9739	2.9	1.00	1.00
	7.00	8.2253	2.7	1.07	1.08
	8.00	8.9739	2.7	1.07	1.08
5_10 <sup>-3</sup> M	6.00	0.8742	2.7	1.07	1.08
	7.00	0.9295	2.8	1.04	1.04
	8.00	0.9435	2.9	1.00	1.00
5_10 <sup>-4</sup> M	6.00	0.0821	2.8	1.04	1.04
	7.00	0.1081	2.9	1.00	1.00
	8.00	0.1195	2.9	1.00	1.00
<b>Carbonato de calcio</b>			2.9		

- a Cantidades de ácido malónico adsorbido.
- b Dimensión fractal obtenida por SAXS.
- c Factor de proporcionalidad definido por la Ec. (14).

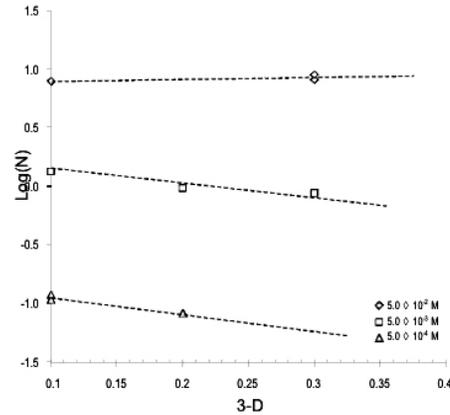


Figura 4. Regresión lineal definida por la Ec. (5) para cada una de las concentraciones a las condiciones de pH experimental.

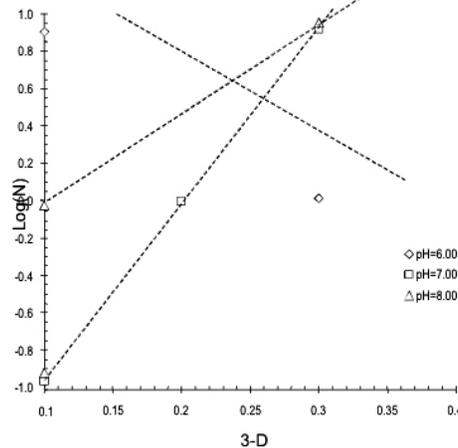


Figura 5. Regresión lineal definida por la Ec. (5) para cada condición de pH a las concentraciones experimentales.

Tabla 2. Correlación entre la dimensión fractal y la capacidad de adsorción del ácido malónico sobre calcita a diferentes concentraciones.

Concentración	k <sup>a</sup>	1 <sup>b</sup>	2 <sup>c</sup>	N <sub>m</sub> <sup>d</sup>	d <sup>e</sup>	f <sup>f</sup>
5.0x10 <sup>-2</sup> M	1.0260	0.1620	0.8855	7.4876	1.45	1.12
5.0x10 <sup>-3</sup> M	1.0232	-0.1657	-0.0053	0.9655	0.68	0.95
5.0x10 <sup>-4</sup> M	1.0167	-1.4125	-0.8031	0.1548	0.04	0.67

- a Constante definida por la Ec. (4).
- b Parámetro de regresión definida por la Ec. (6).
- c Parámetro de regresión definida por la Ec. (6).
- d Cantidad de ácido malónico adsorbido como monocapa (μmol/m<sup>2</sup>) definida por la Ec. (7).
- e Espesor específico de la capa adsorbida definido por la Ec. (8).
- f Fracción de cubrimiento definido por la Ec. (9).

Tabla 3. Correlación entre la dimensión fractal y la capacidad de adsorción del ácido malónico sobre calcita a diferentes pH.

pH <sub>exp</sub>	k <sup>a</sup>	1 <sup>b</sup>	2 <sup>c</sup>	N <sub>m</sub> <sup>d</sup>	d <sup>e</sup>	f <sup>f</sup>
6.00	1.0232	-4.8003	0.8793	7.4020	1.14	1.14
7.00	1.0232	9.4066	-1.9089	0.0121	0.00	0.40
8.00	1.0195	7.1346	-1.1874	0.0637	0.00	0.59

- a Constante definida por la Ec. (4).
- b Parámetro de regresión definida por la Ec. (6).
- c Parámetro de regresión definida por la Ec. (6).
- d Cantidad de ácido malónico adsorbido como monocapa (μmol/m<sup>2</sup>) definida por la Ec. (7).
- e Espesor específico de la capa adsorbida definido por la Ec. (8).
- f Fracción de cubrimiento definido por la Ec. (9).

## Discusión

Como se aprecia en la Tabla 1, el parámetro de proporcionalidad  $\psi$  definido por la Ec. (14) para todas las muestras experimentales, revela valo-

res mayores o iguales a uno, lo cual implica que el área relativa del sustrato se mantiene o se incrementa con la presencia de adsorbato. Este efecto de incremento a las escalas experimentales es normal si se considera a la película adsorbida como una superficie potencial de moléculas, cuyas partículas contribuyen con su morfología específica a generar un área sinuosa de cobertura parcial. Este incremento no resulta significativo en términos macroscópicos, y solo en una pequeña proporción [aproximadamente un 8.0%] en las dimensiones del análisis SAXS. Con estos valores preliminares, se verifica por la ruta de la geometría fractal la presencia efectiva del ácido malónico sobre el carbonato de calcio.

La regresión lineal de las cantidades adsorbidas con la dimensión fractal en términos de la representación matemática definida por la Ec. (5), muestra una buena correlación de puntos si se consideran las concentraciones (Figura 4), no así para las diferentes condiciones de pH (Figura 5). En este último caso, los puntos experimentales se dispersan significativamente, alejándose de una regresión precisa en términos estadísticos. Este comportamiento hace considerar que el pH como variable fija en términos de las concentraciones, no representa un buen parámetro de correlación para el modelo de Pfeifer et al., a diferencia de las concentraciones en función de las condiciones de pH, las cuales presentan un coeficiente de correlación aceptable.

Para el esquema de correlación por concentraciones (Tabla 2), se puede apreciar una clara tendencia a ir disminuyendo el número de partículas adsorbidas  $N_m$ , el tamaño específico del espesor  $d\theta$  y la fracción de cubrimiento  $f\theta$  conforme la concentración es menor, lo cual implica que se debe considerar una cantidad específica de adsorbato para poder establecer un cubrimiento óptimo de la superficie total del mineral. Con estos resultados es posible establecer un factor de

cubrimiento  $f\theta = 1.00$  en concentraciones de ácido malónico en solución acuosa entre  $5.0 \times 10^{-2}$  M y  $5.0 \times 10^{-3}$  M.

Resulta interesante analizar las diferencias entre las cantidades de adsorbato mínimo  $N_m$  (monocapa) en todos los casos, cuando es de esperarse que el sustrato tenga la capacidad de adsorber cantidades iguales y constantes, sobre todo si se trata de especies químicas idénticas y por tener un área específica fija. Diferentes condiciones de pH propician el predominio de especies iónicas en solución de manera diferenciada. El ácido malónico en solución acuosa se comporta como un ácido débil diprótico, lo cual implica la coexistencia de todas las especies químicas en diferentes proporciones y de acuerdo a su estructura química y las condiciones del medio, ya sea en estado disociado, parcialmente disociado y no disociado. Se ha demostrado además que esta molécula de ácido malónico presenta el fenómeno de tautomerismo[12], lo que agrega nuevas estructuras moleculares probables de adsorción. En conjunto, cada estructura química coexistente y predominante a cierta condición de impregnación, proporciona un tamaño específico a la partícula como adsorbato, por lo que al depositarse sobre el mineral no se puede considerar del mismo tamaño si se efectúa a diferentes condiciones. Para las concentraciones altas se puede suponer estructuras pequeñas [gran cantidad de moles en una misma área], y al contrario para concentraciones bajas [baja cantidades de moles por unidad de área]. Quedaría a análisis posteriores la verificación de este hecho.

Con respecto al llenado total y parcial de la superficie de acuerdo a los valores de  $d\theta$  y  $f\theta$ , es posible establecer modelos geométricos de llenado de poros (Figura 6).

El cubrimiento no siempre está en función del espesor de la película multicapa. Para condiciones de llenado como se aprecia en la Figura 6b, indicaría

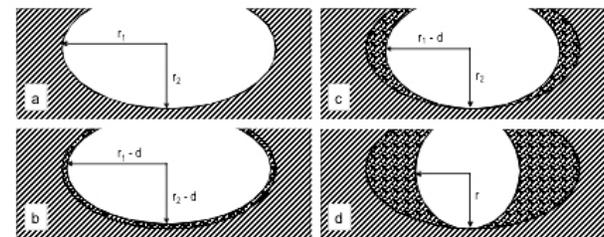


Figura 6. Representación de los parámetros geométricos de poros bajo los regímenes de estado a) nativo, b) llenado por monocapa, y llenado heterogéneo parcial c) moderado y d) semisaturado .

valores de  $d\theta = 1$  y  $f\theta = 1$ , es decir, la conformación de una monocapa. Procesos intermedios de altos espesores y bajo cubrimiento serían condiciones representadas en la Figuras 6c y 6d. Estos últimos modelos no resultan extraños en los procesos de adsorción selectiva, sobre todo en la fisicoquímica de la formación de materiales biogénicos. La técnica SAXS identifica las diferentes formas geométricas después de la adsorción para el caso del ácido malónico sobre carbonato de calcio, como se reporta en la referencia [4].

Con respecto a las variaciones de pH y con las debidas consideraciones de acuerdo a la incertidumbre en los resultados, sobresale aquella efectuada a  $\text{pH} = 6.00$ , como la única condición que genera una magnitud significativa de cantidad de moléculas adsorbidas. El carbonato de calcio mineral tiene un punto isoeléctrico a un  $\text{pH} = 6.2$  [4], el cual representa el estado de equilibrio electrónico con todas y cada una de los iones presentes en el medio, en una condición de nula movilidad electroforética sobre el sustrato. Como estado de equilibrio dado por las propiedades intrínsecas del mineral, en las cercanías al punto isoeléctrico se verifica la máxima adsorción.

## Conclusiones

El estudio de fenómenos superficiales de caracterización morfológica de minerales, así como de adsorción a través de la geometría fractal, provee elementos de interpretación sobre los mecanismos de posición y la función de las condiciones experimentales en el proceso. La técnica SAXS es una importante herramienta de análisis que, además de proporcionar la magnitud de la dimensión fractal para los sistemas de estudio, también genera parámetros que permiten verificar bajo modelos geométricos, la morfología y la distribución de los poros en el sustrato.

Basados en el modelo teórico de Pfeifer et al., se corroboró la efectiva adsorción del ácido malónico sobre el polvo de mármol (carbonato de calcio) en proporciones que no modifican sustancialmente el área superficial nativa del mineral. En términos de la definición conformacional de la superficie a escala submicroscópica dada por la geometría fractal, el fenómeno es apreciable y cuantificable en el intervalo de aplicación de SAXS.

Las condiciones que favorecen un cubrimiento casi total es a concentraciones de ácido malónico acuoso entre  $5.0 \times 10^{-2}$  M y  $5.0 \times 10^{-3}$  M, y a un pH = 6.00, cercano al punto isoeléctrico del carbonato de calcio. Las correlaciones de llenado y espesor de la película de adsorbato depositadas, presentan una máxima precisión basados en el análisis de las concentraciones, en contraste con las condiciones de pH.

Es posible establecer modelos geométricos de llenado, que complementen las definiciones de escala dadas por el concepto de dimensión fractal, unido a los criterios de forma de los poros dados por los diagramas de Kratky. De esta manera, la técnica analítica SAXS proporciona

los diversos elementos teóricos que conforman la caracterización global de una superficie. Finalmente, el modelo de Pfeifer et al. representa una consistente aproximación en la interpretación de la dimensión fractal para sistemas de adsorción.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al CONACYT por el soporte financiero para el desarrollo de este proyecto (43280-Q).

## Bibliografía

1. Didymus, J.M., Oliver, P., Mann, S., De Vries, A.L., Hauschka, P.V. and Westbroek, P., 1993, *J. Chem. Soc. Faraday Trans.*, 89(15).
2. Van Capellen, P., Charlet, L., Stumm, W. And Werns, P., 1993, *Geochim. et Cosmochim. Acta*, 57.
3. Döbias, B., 1998, *Surfactant Adsorption on Minerals Related Flotation* (New York: Elsevier Series).
4. Salinas-Nolasco, M.F., Méndez-Vivar, J., Lara, V.H., Bosh, P., 2004, *J. Colloid Interface Sci.*, 274.
5. Salinas-Nolasco, M.F., Méndez-Vivar, J., Lara, V.H., Bosh, P., 2005, *J. Colloid Interface Sci.*, 286.
6. Laurini, R. and Thompson, D., 1999, *Fundamentals of spatial Information Systems* (New York: Academic Press).
7. Harrison, A., 1995 *Fractals in Chemistry*, (New York: Oxford University Press).
8. Pfeifer, P., Stella, A.L., Toigo, F. and Cole, M.W., 1987, *Europhysics Letters*, 3(6).
9. Pernyeszi, T. and Dékány, I., 2003, *Colloid Polym. Sci.*, 281.
10. Glatter, O. and Kratky, O., 1982, *Small Angle X-Ray Scattering* (New York: Academic Press).
11. Cheng, E., Cole, M.W. and Stella, A.L., 1989, *Europhysics Letters*, 8(6).
12. Asciutto, E. and Sagui, C., 2005, *J. Phys. Chem. A*, 109.
13. Thompson, D.W. and Ponwall, P.G. 1989, *J. of Colloid Sci. and Interf.*, 131(1).